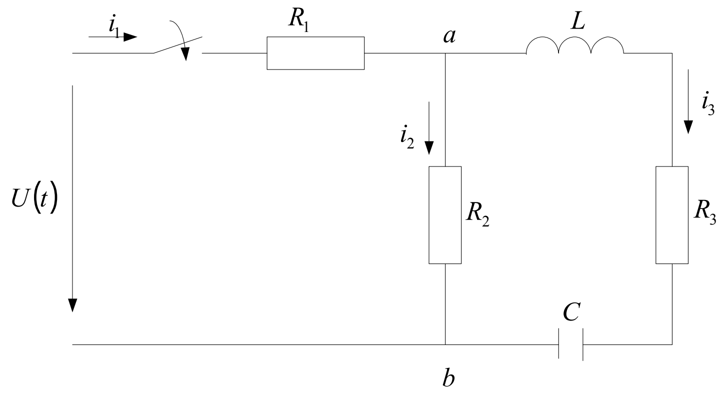
За веригата показана на фигурата е известно:

$$R_1 = R_2 = 5\Omega,\quad R_3 = 15\Omega,\quad L = 0.5H,\quad C = \frac{1}{150}F$$

$$u(t) = 35\sin\left(10\sqrt{3}\,t + 90\right)V,\quad U_C\left(0^-\right) = 0V$$



Да се намери тока $i_3(t)$ след комутация.

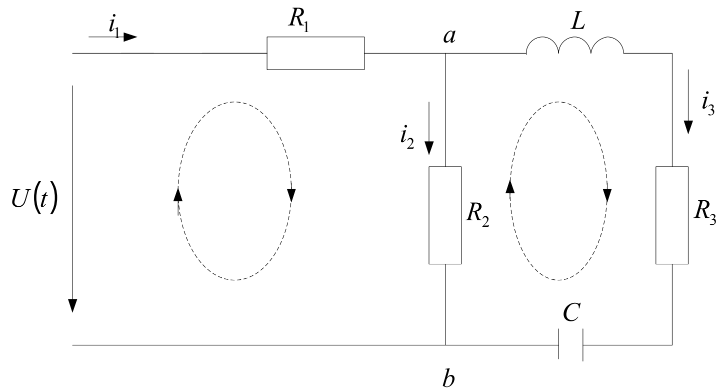
Р Е Ш Е Н И Е :

Независимите начални условия са:

$U_C\left(0^-\right) = 0V$

$i_3\left(0^-\right) = 0\,A$

За веригата след комутаяиа се записва системата уравнения по законите на Кирхоф:



$$\begin{vmatrix} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 = u \\ -R_2 i_2 + L\dfrac{di_3}{dt} + R_3 i_3 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_3\,dt = 0 \end{vmatrix}$$

Характеристичната детерминанта е:

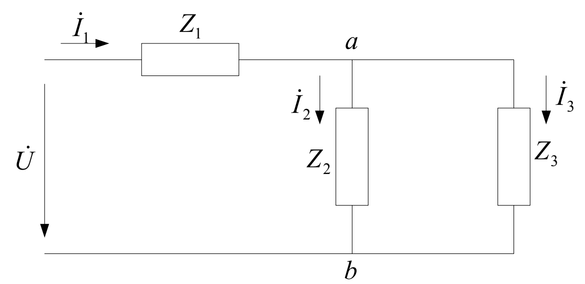
$$\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & \left(R_3 + kL + \dfrac{1}{kC}\right) \end{bmatrix} = 0$$

Намира се характеристичното уравнение, което има вида:
$0.033k^2 + 1.17k + 10 = 0$

Корените, на което уравнение са: $k_1 = -15\,s^{-1}$, $k_2 = -21\,s^{-1}$

Записва се вида на свободната съставка: $i_{CB}(t) = Ae^{k_1 t} + Be^{k_2 t}$
т.е. $i_{3\,св}(t) = Ae^{-15t} + Be^{-21t}\,, A$

Намира се стационарната съставка на търсеният ток.
Тъй като режимът е синусоидален се работи с комплексни числа:



$$\dot{U} = j27.74V, \quad Z_1 = 5\Omega, \quad Z_2 = 5\Omega, \quad Z_3 = 15\Omega(\text{имаме напреженов резонанс})$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = j0.707\,A,$$

Записва се стационарната съставка на тока :

$$i_{3\,CT}(t) = 0.707.\sqrt{2}\sin\left(10\sqrt{3}t + 90\right)A$$

Общия вид на търсения ток е:

$$i_3(t) = i_{3CT}(t) + i_{3CB}(t)$$

$$i_3(t) = 0.707\sqrt{2}\sin\left(10\sqrt{3}t + 90\right) + Ae^{-15t} + Be^{-21t}\ A$$

Определяне на интеграционните константи.
Записваме системата уравнения:

$$\left| \; i_3(t) = 0.707\sqrt{2}\sin\left(10\sqrt{3}t + 90\right) + Ae^{-15t} + Be^{-21t}\; A \right.$$
$$\left| \; \frac{di_3}{dt} = 10\sqrt{3}\cos\left(10\sqrt{3} + 90\right) - 15A - 21B \right.$$

Търсим $i_3(0+) = ?$, $\frac{di_3}{dt}\Big|_{t=0^+} = ?$

от първи закон на комутацията $\Rightarrow i_3(0-) = i_3(0+) = 0A$

$\frac{di_3}{dt}\Big|_{t=0^+} = ?$ Намираме от системата уравнения записана по законите на Кирхоф за момента $t = 0+$:

$$\begin{aligned} "a" &\left| -i_1(0+) + i_2(0+) + i_3(0+) = 0 \right. \\ I &\left| R_1 i_1(0+) + R_2 i_2(0+) = U(0+) \right. \\ II &\left| -R_2 i_2(0+) + L\frac{di_3}{dt}\Big|_{t=0+} + U_c(0+) = 0 \right. \end{aligned}$$

От II определяме $\frac{di_3}{dt}\Big|_{t=0+} = \frac{R_2 i_2(0+) - U_c(0+)}{L} = 35\, A/s$

(Тока $i_2(0+)$ намираме от уравненията $"a"$ и I .).

Съставя се системата:

$$\left| i_3(0+) = 1.\sin\left(10\sqrt{3}.0^+ + 90\right) + Ae^{-15.0} + Be^{-21.0} \right.$$
$$\left| \; \frac{di_3}{dt}\Big|_{t=0+} = 10\sqrt{3}\left(\cos 10\sqrt{3}.0^+ + 90\right) - 15Ae^{-15.0} - 21Be^{-21.0} \right.$$

След преобразуване се получава:

$$\left| \begin{aligned} &0 = 1 + A + B \\ &35 = -15A - 21B \end{aligned} \right. \quad \Rightarrow A = 2{,}3\,, \quad B = -3{,}3$$

Крайният израз за тока $i_3(t)$ е:

$$i_3(t) = \left[1.\sin\left(10\sqrt{3}t + 90\right) + 2{,}3\,e^{-15t} - 3{,}3\,e^{-21t}\right] A$$